

复旦大学数学科学学院
2010~2011 学年第二学期期末考试试卷
A 卷

课程名称: 高等数学 B(下) 课程代码: MATH120004.05

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

姓 名: _____ 学 号: _____ 专 业: _____

| | | | | | | | | | |
|-----|---|----|---|---|---|---|---|---|-----|
| 题 号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 总 分 |
| 得 分 | | | | | | | | | |
| 题 号 | 9 | 10 | | | | | | | |
| 得 分 | | | | | | | | | |

(以下为试卷正文)

（装订线内不要答题）

注意：答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

1. (10 分) 函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x^3 + y^3)}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在点 $(x, y) = (0, 0)$ 处是否可微, 为什么?

2. (10 分) 设 $f(u, v)$ 在平面上具有二阶连续偏导数, $z = f(x^2 \sin y, y^3 \cos x)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ 。

3. (10 分) 求椭球面 $\frac{x^2}{2} + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1$ 和平面 $2x + 2y + z + 5 = 0$ 之间的最短距离。

4. (10 分) 计算二重积分 $\iint_{\Sigma} |x + y + 1| dx dy$, 其中 $\Sigma = \left\{ (x, y) \mid x^2 + y^2 + x + y \leq \frac{1}{2} \right\}$ 。

(装订线内不要答题)

5. (10 分) 求曲面 $z = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ 和平面 $z = 4$ 所围的有限立体的体积, 这里 a 和 b 是两个正实数。

6. (10 分) 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{3^n(n+1)}$ 的和。

7. (10 分) 将函数 $f(x) = \frac{\pi - x}{2}$ 在 $(0, 2\pi)$ 内展开成以 2π 为周期的 Fourier 级数, 并求级数

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ 的和。

8. (10 分) 设 p 是一个实数, 分析级数 $1 - \frac{1}{2^p} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4^p} + \dots + \frac{1}{2n-1} - \frac{1}{(2n)^p} + \dots$ 的收敛性,

给出详细理由。

9. (10 分) 求微分方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x^2y + 2x}$ 的通解。

10. (10 分) 设 $f(x)$ 是实数轴上的连续函数, 且满足 $f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}\cos x - \int_0^x (x-t)f(t)dt$, 求 $f(x)$ 。