

复旦大学数学科学学院
2013~2014 学年第二学期期末考试试卷
A 卷

课程名称: 高等数学 B (下) 课程代码: MATH120004

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、计算题。(每题6分, 共48分)

1、求二元函数 $u = x \sin(x + y)$ 的一阶及二阶偏导数 $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$ 。

(装订线内不要答题)

2、求椭球面 $4x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 在点 $(\frac{1}{2\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$ 处的切平面。

3、计算二重积分 $\iint_D \sin y^2 dx dy$ ，其中 D 是由 $x + y = 1$ ， $x = 1$ 及 $y = 1$ 所围成的区域。

4、求函数 $z = xe^{2y}$ 在点 $P(1,0)$ 处沿从点 P 到点 $Q(3,-2)$ 的方向的方向导数。

5. 求解微分方程 $xy' - y = x^3$.

6. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{2^n} x^n$ 的收敛半径及收敛域。

7. 将函数 $f(x) = 1(x \in [0, \pi])$ 展开成正弦级数。

8. 计算 $\iiint_{\Omega} z dx dy dz$, 其中 Ω 是由 $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z$ 所定义的球体。

二、(10分) 求函数 $f(x, y) = x^2 - y^2 + 2$ 在椭圆域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + \frac{1}{4}y^2 \leq 1\}$ 上的最大值和最小值。

三、(10分) (1) 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} x^n$ 的和函数；

(2) 计算 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)2^{n+1}}$ 的值。

四、(10分) 设平面区域

$$D = \{(x, y) \mid 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

计算二重积分：
$$\iint_D \frac{x\sqrt{x^2 + y^2}}{x + y} dx dy$$

五、(10分) 判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} [e - (1 + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \cdots + \frac{1}{n!})]$ 的敛散性。

六、(12分) 设 $f(u)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上二阶连续可导, $z = f(e^x \cos y)$,

(1) 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ 及 $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ 。

(2) 若 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = e^{2x}(4z + 8e^x \cos y)$, 且 $f(0) = f'(0) = 0$,

试求出 $f(u)$ 的表达式。