

复旦大学数学科学学院

2015~2016 学年第二学期期末考试试卷

A 卷

课程名称: 高等数学 B 课程代码: MATH120004

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	总分
得分									

答题时请写明过程

一. 计算和简答 (6分×8=48分)

1. 设 $z = xyf(2x + 3y)$, 其中 $f(t)$ 为一元二阶可导函数, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

2. 求曲面 $z^3 = 2xyz - a^3$ 和曲面 $x^2 = \frac{1}{2}(xy + yz)$ 的交线在点 $A(a, a, a)$ 处

的切线方程 ($a \neq 0$ 为常数)。

专业:

学号:

姓名:

(装订线内不要答题)

3. 设 $f(x) = \int_0^x \frac{e^{-y}}{y-1} dy$, 求 $\int_0^1 f(x) dx$

4. 求 $z = x^3 + 2xy - y^3$ 的极大值和极小值。

5. 求 $\iiint_{\Omega} (x+y) dx dy dz$, 其中 $\Omega = \{(x,y,z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, y \geq 0, z \geq 0\}$

6. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + (-3)^n}{5^n}$ 是否收敛? 如果收敛求其和。

7. 将函数 $f(x) = \frac{7}{8}\pi - \frac{1}{2}x$ ($\pi \leq x < 2\pi$) 展开成周期为 2π 的余弦级数,

并求 $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2}$ 。

8. 函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在 $(0,0)$ 是否可微?

二. (10 分) 求积分 $\iint_{\Omega} (x+y)^2 dx dy$, 其中 Ω 是直线 $y = x, y = 2x, x + y = 1$,
和 $x + y = 3$ 所围成的区域

三. (10 分) 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n3^n} (x-1)^{n-1}$ 的收敛域与和函数。

四. (10 分) 设由函数 $y = f(x)$ (在 $(-\infty, \infty)$ 上二阶连续可导) 所确定的曲线在 $x = 0$ 处的切线方程为 $y = x - 1$, 且满足 $\frac{df(x)}{dx} - 4 \int_0^x f(t) dt = e^{2x}$, 求曲线的方程.

五. (10 分) 求曲面 $x^2 + (y - x)^2 + z^2 = 4$ 离原点最远和最近的距离。

六. (12分) 一蓄水池内有含盐 100kg 的 200 升盐水。 如果从某时刻起, 以 6 升/分钟的速度向蓄水池中注入每升含盐 2kg 的盐水, 同时以 4 升/分钟的速度从蓄水池流出浓度均匀的盐水。(假设在混合过程中盐水的体积不变)

- 1) 求蓄水池中盐水的体积随时间变化的函数;
- 2) 求 60 分钟后蓄水池中盐的含量。