

复旦大学数学科学学院

2010~2011学年第一学期期末考试试卷

□ A 卷

课程名称: 高等数学B(上) 课程代码: MATH120003

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

题 目	1	2	3	4	5	6	7	8	总分
得 分									

(装订线内不要答题)

一、计算题(每小题6分, 共36分)

1. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{2n + \sin n}$ 。

2. 求 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{x \ln(1+x)}$ 。

3. 求由参数方程

$$\begin{cases} x = 3t - t^3 \\ y = 2t - t^2 \end{cases}$$

所确定的函数 $y(x)$ 的二阶导数 $\frac{d^2y}{dx^2}$ 。

4. 求不定积分 $\int(2+x)\sqrt{1-x^2} dx$ 。

5. 求不定积分 $\int \sin^4 x dx$ 。

6. 求定积分 $\int_0^1 x \ln(1+x) dx$ 。

二、应用计算题(每小题6分，共24分)

1. 求 $P_1(1, 0, 0)$, $P_2(0, -4, 4)$ 和 $P_3(-5, 1, 5)$ 构成的三角形的面积。

2. 求由方程 $x - y + \frac{1}{2} \sin y = 0$ 所确定的隐函数 $y(x)$ 在点 $(0, 0)$ 处的切线方程。

3. 求由曲线 $y = x^2$ 和直线 $y = 1$ 所围图形绕 x 轴旋转一周，所得旋转体的体积。

4. 求方程 $3^x - 6x + 1 = 0$ 的实根个数。(需写出详细过程)

三、(每小题5分，共10分)

(1) 求过点 $P(1, 0, 0)$ ，与直线 $l_0 : \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{2}$ 相交，而且与平面 $\pi : x - y + z + 2 = 0$ 平行的直线方程 l_1 。

- (2) 求直线 l_0 绕直线 l_1 旋转一周生成的旋转曲面方程, 并指出该曲面的名称。

四、(每小题5分, 共10分)

- (1) 判别广义积分 $\int_0^{+\infty} \frac{\ln(1+x)}{x^p} (1 + e^{-x}) dx$ (其中 $p > 0$) 的敛散性。
- (2) 已知 $\Gamma(\frac{1}{2}) = \sqrt{\pi}$, 计算广义积分 $\int_0^{+\infty} \sqrt{x} e^{-x^3} dx$ 。

五、(本题7分) 求 $\cos^2(\sin x)$ 的带Peano余项的6阶Maclaurin公式。

六、(本题8分) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \{[(\frac{1}{n})^p + (\frac{2}{n})^p + \cdots + (\frac{n-1}{n})^p + (\frac{n}{n})^p] \sin \frac{1}{n}\}$,
其中 $p > -1$ 。

七、证明题(本题5分) 如果 $0 \leq p \leq 1$; $\alpha \geq 0$, $\beta \geq 0$, $\gamma \geq 0$, 而且 $\alpha + \beta \geq \gamma$, 则 $\alpha^p + \beta^p \geq \gamma^p$ 。