姓 名：________ 学 号：________ 专 业：________

（声明：我已知悉学校对于考试纪律的严肃规定，将秉持诚实守信宗旨，严守考试纪律，不作弊，不剽窃；若有违反学校考试纪律的行为，自愿接受学校严肃处理。 签名： 年 月 日）

复旦大学数学科学学院

2017～2018 学年第一学期期末考试试卷

A 卷 （共八页）

课程名称：高等数学 B（上） 课程代码：MATH120003

开课院系：数学科学学院 考试形式：闭卷

题 号	一	二	三	四	五	六	七	八	九	总 分
得 分										

一（ 36 分，每小题 6 分，共 6 小题 ）

1. 求极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln(1+x)\ln(1+\dfrac{1}{x})$ 的值 。

2. 设常数 $a>0$，$a\neq 1$，已知 $f(x)=a^{\ln x}+(\ln x)^{a}$，求导数 $f'(x)$。

3. 求不定积分 $\int(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-x}}+\frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{x}})dx$。

4. 求由方程 $y+xe^{y}=1$ 确定的隐函数 $y=y(x)$ 在 $x=1$ 处的一阶导数 $\frac{dy}{dx}$。

5. 求形式为 $z=a+bx^2+cy^2$ 的曲面方程，使该曲面过点 $M_0(1,-1,4)$ 和曲线

$\begin{cases} z=3-2x^2 \\ y=2 \end{cases}$，并指出该曲面的名称 。

6. 计算行列式 $\begin{vmatrix} 1 & x+1 & x^2+1 \\ 1 & 2x+2 & 2x^2+4 \\ 1 & 3x+3 & 3x^2+9 \end{vmatrix}$。

（装订线内不要答题）

二（**8 分**）求 Oxy 平面内曲线 $(x^2+y^2)^3=2xy^3$ 所围区域的面积 A。

三（**8 分**）已知 $f(x)=\int_0^4 |t-x|\,dt$，求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=3$ 处的切线方程 。

四（**8 分**）水平安置半径为R的半球形水池中盛满了水，水池球形底部中心有一个半径为$\dfrac{R}{5}$的圆孔，按流速公式 $v=\sqrt{2gh}$（h为池中水深），计算池中的水全部流完所需的时间T。

五（**8 分**）求过直线$L:\begin{cases}2x-y-z+1=0\\ x+y-z-1=0\end{cases}$且与点 $M_0(1,-1,0)$距离最远的平面Π的一般方程 。

（装订线内不要答题）

六（**8 分**）证明：当$|x|<1$时，$x\ln\frac{1+x}{1-x}+\cos x\geq 1+\frac{3}{2}x^2$。

七（**8 分**）已知矩阵 X 满足 $2X = AX + B$，且 $A=\begin{pmatrix}1&1&0\\1&2&1\\2&0&3\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1&3\\2&0\\1&1\end{pmatrix}$，求 X。

（装订线内不要答题）

八（**8 分**）设 p 为常数，讨论反常积分 $\int_0^{+\infty}\frac{1}{(1+x^2)(1+x^p)}dx$ 的敛散性，若收敛，

求该反常积分的值。

九（**8 分**）已知 $a_n=1+\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}+\ldots+\frac{1}{\sqrt{n}}-2\sqrt{n}$，$n=1,2,\ldots$，讨论数列 $\left\{a_n\right\}$ 的敛散性 。