

复旦大学数学科学学院

2014~2015 学年第一学期期末考试试卷

A 卷

课程名称: 高等数学 C (上) 课程代码: MATH120005

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	总分
得分								

1. (本题 48 分, 每小题 6 分) 计算下列各题:

(1) 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{1}{x} - \cot x)$;

(2) 已知极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x - \sqrt{ax^2 - x + 1})$ 存在, 使确定 a , 并求此极限;

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

(装订线内不要答题)

(3) 设函数 $f(2x) = \ln x$, 求 $df(x)$;

(4) 设 $\begin{cases} x = f'(t) \\ y = t f'(t) - f(t) \end{cases}$, $f(t)$ 二阶可导, 且 $f''(t) \neq 0$, 求 $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$;

(5) 求函数 $f(x) = xe^x - e^x + 1$ 的单调区间及拐点;

(6) 计算积分: $\int_0^4 \cos(\sqrt{x}-1)dx$;

(7) 求逆矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}^{-1}$;

(8) 求方程 $f(x) = \begin{vmatrix} x & x-1 & x-4 \\ 2x & 2x-1 & 2x-3 \\ 3x & 3x-3 & 3x-5 \end{vmatrix} = 0$ 的根。

2. (本题 10 分) 设函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 且 $f(0)=0$,

设 $F(x) = \int_0^x t^{n-1} f(x^n - t^n) dt$, 求: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^{2n}}$.

3. (本题 10 分) 设 D 是由 $y = e^{-x}$ 及其在点 $(0, 1)$ 处的切线和 x 轴所围成的平面区域。

(1) 求 D 的面积 A ;

(2) 求 D 绕 y 轴旋转而成的旋转体的体积 V_y .

4. (本题 10 分) 设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 试证明, 至少存在一点 $c \in (a, b)$,

使得 $f(c) \int_c^b g(x) dx = g(c) \int_a^c f(x) dx$ 成立。

5. (本题 10 分) 当 k 为何值时, 反常积分 $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{x(\ln x)^k}$ 收敛?

又当 k 为何值时, 此反常积分取得最小值?

6. (本题 12 分) 设 $a = (1, 2, 1)^T$, $b = (1, \frac{1}{2}, 0)^T$, $c = (0, 0, 8)^T$, $A = b^T a$, $B = ab^T$,

求方程 $2ABx + c = A^2x + B^2x$ 的解。