

复旦大学数学科学学院
2016~2017 学年第二学期期末考试试卷
A 卷

课程名称: 高等数学 C (下) 课程代码: MATH120006
 开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	总分
得分								

一、 (本题满分 48 分, 每小题 8 分) 计算下列各题:

1、 计算 $\lim_{(x,y) \rightarrow (\infty, a)} \left(1 + \frac{1}{xy}\right)^{\frac{x^2}{x+y}}, a \neq 0$

2、 设 $f(u)$ 为可导函数, $z = \int_1^{x^2+y} f(u)du + \int_0^{x-y} f(u+1)du$, 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$, $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

(装订线内不要答题)

3、计算 $\iint_D [x^2\sqrt{x^2+y^2} + 4y\ln(\sqrt{x^2+y^2})]d\sigma$ ，其中 $D: x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0$ 。

4、求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln(n+1)}{n+1} x^{n+1}$ 的收敛半径和收敛域。

5、已知曲线 $y = y(x)$ 经过原点，且在原点的切线平行于直线 $2x - y - 5 = 0$ ，而 $y(x)$ 满足 $y'' - 6y' + 9y = e^{3x}$ ，求 $y(x)$ 。

- 6、某地是肝炎病高发区，有 25%的人曾患甲型肝炎，有 15%的人是乙型肝炎病毒携带者，有 28%的人至少有一种肝炎阳性史。普查时，从该地人群中任选一人询问，他既有甲型又有乙型阳性史的可能性有多大？

二、（10 分）已知函数 $z = f(x, y)$ 的全微分 $dz = 2xdx - 2ydy$ ，并且 $f(1, 1) = 2$ ，

求 $f(x, y)$ 在椭圆域 $x^2 + \frac{y^2}{4} \leq 1$ 上的最值。

三、（6分）计算 $\iint_D y dx dy$ ，其中 D 是由直线 $x = -2, y = 0, y = 2$ 以及曲线 $x = -\sqrt{2y - y^2}$ 所围成的平面区域。

四、（10分）求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n + 3^n}{n} x^n$ 的和。

五、（10分）设 $f(u, v)$ 具有连续偏导数，且满足 $f'_u(u, v) + f'_v(u, v) = uv$ 。

求 $y(x) = e^{-2x} f(x, x)$ 所满足的一阶微分方程，并求其通解。

六、（10分）某乘客在某公交车站候车的时间 X （单位：分钟）的概率密度为

$$\varphi(t) = \begin{cases} \frac{1}{5} e^{-\frac{t}{5}} & t > 0 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}, \text{ 且每次等车时, 若等车时间超过 10 分钟, 他就改乘其}$$

它交通工具离开。已知每星期他要在该车站等车 5 次，求在该车站

- 1) 任何一次等车，他没等到公交车而改乘其它交通工具离开的概率 p ；
 - 2) 任何一次等车，他等候的平均时间；
 - 3) 每星期他改乘其它交通工具离开的平均次数。
- 附：最终结果 e 取为 2.7，计算结果保留二位小数。

七、（6分）设函数 $f(x)$ 为 $[0, 1]$ 上的单调减少且恒大于零的连续函数，

证明：
$$\frac{\int_0^1 xf^2(x)dx}{\int_0^1 xf(x)dx} \leq \frac{\int_0^1 f^2(x)dx}{\int_0^1 f(x)dx} .$$