（装订线内不要答题）

复旦大学数学科学学院

2005～2006 学年第二学期期末考试试卷

A 卷

课程名称：高等数学 C　课程代码：218.103.2

开课院系：数学科学学院　考试形式：闭卷

姓　名：　学　号：　专　业：医学

题　号	1	2	3	4	5	6	7	8	总　分
得　分									
题　号	9	10	11	12	13	14	15	16	
得　分									

一.　求极限 ：（2*7%）

1. $\lim\limits_{\substack{x\to+\infty \\ y\to+\infty}}(x^n+y^n)e^{-(x+y)}$；

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2^n n!}{n^n}$。

二.　设 $f(x,y,z)=\dfrac{x\cos y+y\cos z+z\cos x}{1+\cos x+\cos y+\cos z}$　求　$df(0,0,0)$。（8%）

三. 设 $u=f(x,y,z)$ 有连续的一阶偏导数，又 $e^{xy}-xy=2$，$e^{x}=\int_0^{x-z}\frac{\sin t}{t}dt$

求：$\frac{du}{dx}$。 （8%）

四. 平面上两定点 $A(1,3),\ B(4,2)$，试在椭圆 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1\quad(x>0,\,y>0)$ 的圆周上求一点 C，使 ΔABC 面积 S_Δ 最小。（提示：$S_\Delta=\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}\right|$）。（8%）

五. 计算 $I=\iint\limits_D\left|y-x^2\right|d\sigma$ 其中 $D=\{-1\le x\le 1,\,0\le y\le 1\}$。 （8%）

六.　设一元函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，证明

$$\int_0^1 dy\int_y^{\sqrt{y}}(x-y)^{n-2}f(x)dx=\frac{1}{n-1}\int_0^1(x-x^2)^{n-1}f(x)dx$$ 。（8%）

七.　判别级数 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{1+x^{3n}}$　$x>0$ 的敛散性。（8%）

八.　将函数 $f(x)=\arctan\frac{1-2x}{1+2x}$ 展开成 x 的幂级数，并求 $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{2n+1}$ 的和。（8%）

九.　　若常微分方程 $y''+ay'+by=\beta e^{x}$ 有一个特解为 $y=e^{2x}+(1+x)e^{x}$ ，试确定常数 a,b 与 β 的取值，并求出该微分方程的通解。（8%）

十.　　设函数 $f(t)$ 在 $[0,+\infty)$ 上具有连续导数，且满足 $f(t)=e^{\pi t^{2}}+\iint\limits_{x^{2}+y^{2}\le t^{2}} f(\sqrt{x^{2}+y^{2}})d\sigma$ 求 $f(t)$。（8%）

十一.　　一台电子设备内装有 3 个某种类型的电子管。已知这种电子管的寿命 ξ（单位：小时）服从如下的指数分布：

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1000}e^{-\frac{x}{1000}} & x>0\\ 0 & x\le 0\end{cases}$$

如果有一个电子管损坏（即此电子管寿命小于电子管的平均寿命 1000 小时），设备仍能正常工作的概率为 0.80，若两个及两个以上电子管损坏，则设备不能正常工作。（各电子管工作相互独立，$e^{-1}\approx 0.37$）。

求：（1）电子管损坏的概率。

（2）求这台电子设备在正常工作 1000 小时后仍能正常工作的概率。（2*7%）