

复旦大学数学科学学院
2010~2011 学年第 2 学期期末考试试卷

A 卷

课程名称: 高等数学 C (下) 课程代码: _____

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	总分
得分											

一 (10 分) 计算下列极限:

1.
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\arcsin[(1+x^2)(x^2+y^2)]}{(x^2+y^2)}$$

2.
$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{r^2} \iint_{D_r} e^{-(x^2+y^3)} d\sigma, \text{ 其中 } D_r = \{(x,y) | (x-6)^2 + (y-4)^2 \leq r^2\}$$

3.
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}$$

二 (10 分) 设 $y = x + t + \sin t$, $\sin(x + y + t) + 2t = 0$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

三 (10 分) 求表面积为 a^2 而体积为最大的长方体的体积。

四（10分）说明 $\iint_{[1,2] \times [1,2]} [e^{x^2} + e^{-y^2}] dx dy \geq 2$ 。

五（10分）由方程 $3z = x^2 + y^2$ 和 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 所表示的两个曲面围成两个物体，求较小的物体体积与较大的物体体积之比。

六（10分）求 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)^2}{2^{n+1}n!} x^n$ 的和函数。

七（10分）求微分方程 $y'' - \frac{y'}{x} + 1 = 0$ 满足初始条件 $y|_{x=1} = \frac{7}{4}$, $y'|_{x=1} = 1$ 的特解。

八（10分）求微分方程 $y'' + y' = \cos x + x + 1$ 的通解。

九（10分）已知某公司生产的光盘为次品的概率为 0.01，且相互独立。该公司按包出售光盘，每包 10 张，且做出保证：每包里最多有一个次品光盘，否则予以退货处理。如果某人买了 3 包，问正好要退货 1 包的概率有多大？

十（10分）设随机变量 x 表示某个电子设备的寿命（单位：小时），其密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} 10x^{-2}, & x > 10 \\ 0, & x \leq 10 \end{cases}$$

1. 求 $P(X > 20)$
2. 如果一个消费者一直购买这个产品，一次买一个，直至购买到的产品寿命小于 20 小时为止。问这个消费者购买总次数的期望值。