（声明：我已知悉学校对于考试纪律的严肃规定，将秉持诚实守信宗旨，严守考试纪律，不作弊，不剽窃；若有违反学校考试纪律的行为，自愿接受学校严肃处理。签名： 年 月 日）

姓 名：________ 学 号：________ 专 业：________

复旦大学数学科学学院

2017～2018 学年第一学期期末考试试卷

A 卷

课程名称：高等数学 C（上）　　课程代码：MATH120005

开课院系：数学科学学院　　考试形式：闭卷

题 号	一	二	三	四	总 分
得 分					

一、选择题 $(3'\times 4)$

1. 已知 $f(x)$ 的导数是 $\sin x$，则 $f(x)$ 的原函数是（　　）。

$(A)\ 1+\sin x$　　$(B)\ 1-\sin x$　　$(C)\ 1+\cos x$　　$(D)\ 1-\cos x$

2. 设 $f(x)$ 可导，$F(x)=f(x)(1+|\sin x|)$，则 $f(0)=0$ 是 $F(x)$ 在 $x=0$ 可导的（　　）。

(A) 充要条件　(B) 充分非必要条件　(C) 必要非充分条件　(D) 即不充分又不必要条件

3.设 $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上有定义，且 $\lim\limits_{x\to\infty}=a$，$g(x)=\begin{cases} f\left(\dfrac{1}{x}\right), x\neq 0 \\ 0, x=0 \end{cases}$，则（　　）。

(A) $x=0$ 是 $g(x)$ 的第一类间断点　　(B) $x=0$ 是 $g(x)$ 的第二类间断点

(C) $g(x)$ 在 $x=0$ 的连续性与 a 相关　　(D) $g(x)$ 在 $x=0$ 的连续

4. 设 A、B 为 n 阶方阵，$|A|=2$，$|B|=-3$，则 $|2A^*B^{-1}|=$（　　）。

$(A)\ -12$　　$(B)\ -\dfrac{4}{3}$　　$(C)\ -\dfrac{2^{2n-1}}{3}$　　$(D)\ -\dfrac{2^{n+1}}{3}$

二、填充题 $(3'\times 4)$

1. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \ln\sin x dx=$____________。

2. $\int_1^{+\infty}\left[\frac{1}{x}-\ln\left(\frac{1}{x}+\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\right)\right]dx=$______________ 。

3. 设 $A=\begin{pmatrix}10 & -5 & 1\\ -8 & 4 & -1\\ -7 & 4 & -1\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$______________ 。

4. 已知 $f(x)$ 在 $x=0$ 连续，$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln[f(x)+2]}{x-\sin x}=1$，则 $f'(0)=$______________ 。

三、计算题$(8'\times 8)$

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\sqrt{1+x^2}}$

2. $\lim\limits_{x\to 0+}\frac{\int_0^{x^2}\ln\sqrt[3]{1+t}\,dt}{\left[\left(1+2x^2\right)^x-1\right]\sin^2\sqrt{x}}$

3. 设 $f(x)=e^{x}\cos x$，求 $f^{(n)}(x)$。

4.设函数 $y(x)$ 由方程 $y=1-xe^{y}$ 确定，求 $dy\big|_{x=0}$。

5. $\int\sqrt{x}\ln^{2}xdx$

6. $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}\frac{dx}{\sqrt{(1-x^{2})^{3}}}$

7.设 $AX=b$ 为非其次线性方程组，$r(A_{5\times4})=3$，α，β，γ 为方程解,$\alpha=\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\end{pmatrix}$，

$\beta+\gamma=\begin{pmatrix}3\\5\\6\\9\end{pmatrix}$，求方程组通解。

8.设 $f(x)=\sin x$（$0\le x\le\dfrac{\pi}{2}$）、$g(x)=a$（$0\le a\le1$）及 $x=0$ 所围面积为 A_1，$f(x)$、$g(x)$ 及 $x=\dfrac{\pi}{2}$。所围面积为 A_2，当 a 取何值时，$A=A_1+A_2$ 最小，并求出最小值。

四、证明题$(6'\times 2)$

1.已知 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续又单调增加，且 $f(0)\geq 0$，证明：

$$F(x)=\begin{cases}\frac{1}{x}\int_0^x t^n f(t)dt, x>0 \\ 0, x=0\end{cases}$$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续又单调增加 $(n>0)$。

2.设 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上二阶可导，且 $|f''(x)|\leq 1$。已知 $f(x)$ 在 $(0,1)$ 内取到最大值 $\frac{1}{4}$，则有 $|f(0)|+|f(1)|\leq 1$。