

复旦大学数学科学学院

2012~2013学年第二学期期末考试试卷

■ A 卷

课程名称: 高等数学C(下) 课程代码: MATH120006

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

题 目	1	2	3	4	5	6	7	总分
得 分								

1. (本题满分42分, 每小题7分) 计算下列各题:

(1) 设 $z(x, y) = \left(\frac{x}{y}\right)^2 \ln(3x - 2y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}(1, 1)$, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(1, 1)$.

(2) 求空间曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0 \\ 2x - 3y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$ 在点(1, 1, 1)处的切线方程。

(装订线内不要答题)

(3) 求椭圆抛物面 $z = 1 + x^2 + 3y^2$ 、圆柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 及平面 $z = 0$ 所围的有界区域的体积。

(4) 计算二重积分 $\iint_{\Omega} \frac{(1+x+y)^2}{1+x^2+y^2} dx dy$, 其中区域 $\Omega = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1\}$.

(5) 求和 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n)!}$.

(装订线内不要答题)

(6) 一个雪球开始融化，假设它将时刻保持球形，且体积的融化率与表面积成正比，若在最初的一个小时内，其体积缩减为原来的 $\frac{1}{8}$ 。计算雪球全部融化所需的时间。

2. (本题满分8分) 求函数 $f(x, y) = x^2 + y^2 - xy$ 在区域 $D: |x| + |y| \leq 1$ 上的最大值。

3. (本题满分8分) 设 $f(x)$ 在 \mathbb{R} 上二阶可导, 讨论 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n f\left(\frac{1}{n}\right)$ 的敛散性。

4. (本题满分10分) 求函数 $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n2^n} x^n$ 在 $x = 1$ 处的Taylor展开式及所求展开式的收敛域。

(装订线内不要答题)

5. (本题满分10分) 有3个盒子, 第一个盒子中有1只白球, 4只黑球; 第二个盒子中有2只白球, 3只黑球; 第三个盒子中有3只白球, 2只黑球。随机选取一个盒子, 从中无放回地取出3只球。以 X 表示所取出的白球数, 求 X 的概率分布。

6. (本题满分12分) 设 $f(x)$ 是连续函数, 且满足

$$f(x) = e^x + \int_0^x (2 + t - x)f(t)dt$$

求函数 $f(x)$.

(装订线内不要答题)

7. (本题满分10分) 假设某市每天的耗电量不超过一百万千瓦小时, 且该市每天耗电率 $\xi(\frac{\text{耗电量}}{\text{百万千瓦小时}})$ 的概率密度函数为

$$\varphi(x) = \begin{cases} 6x(1-x), & x \in (0, 1]; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

如果该市发电厂每天供电量为80万千瓦小时, 求:

- (1)任一天供电量不够需求的概率 p 是多少?
- (2)任一天供电缺口率($\frac{\text{缺口耗电量}}{\text{百万千瓦小时}}$)的范围和期望值分别是多少?
- (3)一年里供电量不够需求的天数的期望值是多少?