

复旦大学数学科学学院

2016~2017 学年第一学期期末考试试卷

A 卷

课程名称: 高等数学 C (上) 课程代码: MATH120005

开课院系: 数学科学学院 考试形式: 闭卷

题号	1	2	3	4	5	6	总分
得分							

1. (本题满分 42 分, 每小题 6 分) 计算下列各题:

(1) 设函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $x = e^t + t$, $y = e^t + 1$ 给出, 求 $\frac{dy}{dx}$ 和 $\frac{d^2y}{dx^2}$.

(2) 请确定常数 a, b , 使得 $f(x) = \begin{cases} \int_0^x e^{t^2} dt & (x \geq 0) \\ ae^x + b & (x < 0) \end{cases}$ 在 $x = 0$ 点可导.

姓名: _____ 学号: _____ 专业: _____

(装订线内不要答题)

(3) 计算积分 $\int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} dx$

(4) 计算由 $y = \sin x$ ($x \in [0, \pi]$) 绕 x 轴一周所得的旋转体的体积.

(5) 设过原点的直线同曲线 $y = x^2 + \frac{1}{x}$ 相切, 求此直线的斜率。

(6) 设 $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, 求 A^{-1} .

(7) 设 $p > 0$, 问 p 在什么范围内时积分 $\int_0^{\pi/4} \frac{\tan x - \sin x}{x^p} dx$ 收敛.

2. (本题满分 10 分) 证明当 $x > 0$ 时 $x \arctan x - \ln(1 + x^2) > 0$.

3. (本题满分 12 分) (1) 求函数 $f(x) = x + \frac{1}{e^x - 1}$ 的极值点(需指出是极大值点还是极小值点); (2) 求曲线 $y = f(x)$ 的渐近线.

4. (本题满分 12 分) 设 $f(x) = \begin{vmatrix} x-1 & x-2 & x-3 & x-4 \\ x^2-1 & x^2-2^2 & x^2-3^2 & x^2-4^2 \\ x^3-1 & x^3-2^3 & x^3-3^3 & x^3-4^3 \\ x^4-1 & x^4-2^4 & x^4-3^4 & x^4-4^4 \end{vmatrix}$.

(1) 证明存在 ξ 使得 $f'''(\xi) = 0$; (2) 计算 $f(x)$.

5. (本题满分 12 分) (1) 计算 $\int \frac{dx}{(1-x^2)^{3/2}}$;

(2) 计算 $\int \frac{\arctan x}{(1-x^2)^{3/2}} dx$.

6. (本题满分 12 分) (1) 设 n 是正整数, 计算 $\int_0^{n\pi} x \sin^2 x \, dx$;
- (2) 证明对任何正实数 p , 函数极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2} \int_0^x t |\sin t|^p \, dt$ 存在.