

概率论与数理统计习题答案与提示

概率论部分

§ 1 概率

1. (1) $A\bar{B}\bar{C}$; (2) $ABC\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC$; (3) $ABC\bar{C} + A\bar{B}C + \bar{A}BC + ABC$;

(4) $A\bar{B}\bar{C} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}\bar{C}$.

2. (1) ABC ; (2) $\bar{A}\bar{B}C$; (3) $A\bar{C}$; (4) $AB + \bar{A}C$.

3. $\Omega = \left\{0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \dots, 100\right\}$.

4. (1) 0.3; (2) 0.07; (3) 0.73; (4) 0.14; (5) 0.90; (6) 0.10.

5. $\frac{5}{9}$.

6. 0.2255.

7. 0.2.

8. $\frac{1}{273}$.

9. (1) $\frac{1}{21}$; (2) $\frac{3}{14}$.

10. $\frac{2}{n-1}$.

11. 0.5.

12. $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$.

13. (1) $A \subset B$ 时, 最大值0.6; (2) $A+B=\Omega$ 时, 最小值0.3.

§ 2 条件概率与事件的独立性

14. 略.

15. (1) $\frac{16}{125}$; (2) $\frac{1}{5}$.

16. 0.5.

17. (1) 0.106; (2) 中等体型.

18. $1 - \frac{n!(n+1)!}{(n+m)!(n-m+1)!}$.

19. (1) $\frac{13}{28}$; (2) $\frac{15}{56}$; (3) $\frac{3}{8}$.

20. $\frac{\ln 0.05}{\ln 0.97} \approx 99$.

21. 略.

22. (1) 0.488; (2) 0.776.

§ 3 一维随机变量

23. 0.8232.

24. (1) 0.000069; (2) 0.986305.

25. 0.95.

26. 分布列:

| | | | | |
|-----|--------|--------|--------|--------|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 0.7865 | 0.2022 | 0.0112 | 0.0001 |

分布函数:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 0.7865, & 0 \leq x < 1, \\ 0.9887, & 1 \leq x < 2, \\ 0.9999, & 2 \leq x < 3, \\ 1, & x \geq 3. \end{cases}$$

27. (1) $\frac{2}{5}$;

(2) 分布函数:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ \frac{1}{4}, & -1 \leq x < 0, \\ \frac{5}{8}, & 0 \leq x < 1, \\ \frac{15}{16}, & 1 \leq x < 2, \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

28. (1) $A = \frac{1}{2}$, $B = \frac{1}{\pi}$;

(2) 概率密度函数: $p(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$, $x \in (-\infty, +\infty)$;

(3) 0.5.

29. (1) 是; (2) 否.

30. 分布列:

| | | | |
|-------|----------------|----------------|---------------|
| ξ | 3 | 4 | 5 |
| P | $\frac{1}{10}$ | $\frac{3}{10}$ | $\frac{3}{5}$ |

$$P(\xi \leq 3) = \frac{2}{5}.$$

31. (1) 0.2510; (2) 0.1202; (3) 0.0099.

32. 0.1.

33. (1) $a = 1$, $b = -1$;

$$(2) p(x) = \begin{cases} xe^{-\frac{x^2}{2}}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0; \end{cases}$$

$$(3) \frac{1}{4}.$$

34.

| | | | |
|-----|---------------|---------------------|----------------------|
| Y | 2 | $2 + \frac{\pi}{3}$ | $2 + \frac{2\pi}{3}$ |
| P | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |

| | | | |
|-----|---------------|---------------|---------------|
| Z | -1 | 0 | 1 |
| P | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |

35.

| | | | |
|-----|---------------|----------------|-----------------|
| Y | 0 | 1 | 4 |
| P | $\frac{1}{5}$ | $\frac{7}{30}$ | $\frac{17}{30}$ |

36. $P(X \geq 1) = 0.1.$

37. 设 $\mu = 1.8$, $\sigma = 4.$

§ 4 二维随机变量

38. (1)

| | | | |
|-----------------------|----------------|---------------|----------------|
| $\xi \backslash \eta$ | 1 | 2 | 3 |
| 1 | 0 | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{12}$ |
| 2 | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}$ |
| 3 | $\frac{1}{12}$ | $\frac{1}{6}$ | 0 |

(2)

| | | | |
|-------|---------------|---------------|---------------|
| ξ | 1 | 2 | 3 |
| P | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |

| | | | |
|--------|---------------|---------------|---------------|
| η | 1 | 2 | 3 |
| P | $\frac{1}{4}$ | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ |

(3) $\frac{1}{6}$.

39. (1) 1;

$$(2) p_{\xi}(x) = \begin{cases} x + \frac{1}{2}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其它;} \end{cases} \quad p_{\eta}(y) = \begin{cases} y + \frac{1}{2}, & 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

(3) $\frac{1}{8}$.

40. 略.

41. (1) $\frac{1}{\pi^2}$; (2) $\frac{1}{16}$;

$$(3) p_{\xi}(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, \quad p_{\eta}(y) = \frac{1}{\pi(1+y^2)};$$

(4) 独立.

42. (1) 0.68; (2) 0.5966.

43. $a = 27, EX = \frac{9}{2}, DX = \frac{27}{4}.$

44. 不独立也不相关.

45. $p(y) = \frac{3(1-y)^2}{\pi[1+(1-y)^3]}, -\infty < y < +\infty.$

46. 略.

47. 略.

§ 6 大数定律和中心极限定理

48. 3500.

49. $P(A_1) = 0.4826, P(B_2) = 0.5541, P(A_1 B_2) = 0.3560, P(A_1 | B_2) = 0.6424,$

$P(B_2 | A_1) = 0.7376.$

50. 该药无疗效.

51. 服从.

52. 250000.

53. 14.

数理统计部分

§ 1 样本与抽样分布

1. $\frac{1}{2}, \frac{1}{40}, \frac{9}{40}.$

2. 16.

3. $Y \sim t(1).$

4. (1) 0.99; (2) $\frac{8}{15}.$

6. Y_i 服从正态分布, 相应的概率密度函数为

$$f(x) = \sqrt{\frac{n}{2\pi(n+1)}} \frac{1}{\sigma} e^{-\frac{nx^2}{2(n+1)\sigma^2}}, -\infty < x < +\infty.$$

7. $a = 1, b = 3.$

8. $\frac{\sum_{i=1}^n k_i}{n} e^{-n\lambda}, k_i = 0, 1, 2, \dots.$

9. $Y \sim F(1, 1).$

§ 2 参数估计

1. $\hat{a} = \bar{X} - \sqrt{3}S$, $\hat{b} = \bar{X} + \sqrt{3}S$ 。

2. $\hat{\lambda} = 2$ 。

3. $\hat{\theta} = 2\bar{X}$ 。

4. $\hat{\theta} = \frac{n}{\sum_{i=1}^n X_i^\alpha}$ 。

5. $\hat{\theta} = \frac{1}{4}(3 - \bar{X})$ 。

6. $\hat{\theta} = \frac{1}{2}(3 - \bar{X})$, $\hat{\theta}_L = \frac{2n_1 + n_2}{2n}$ 。

7. $\hat{\theta} = \frac{n-1}{n}S^2$, $\hat{\beta} = \bar{X} - \sqrt{\frac{n-1}{n}}S$ 。

8. $\hat{\theta}_1 = X_{(1)}^*$, $\hat{\theta}_2 = X_{(n)}^*$ 。

12. $a = \frac{n_1}{n_1 + n_2}$, $b = \frac{n_2}{n_1 + n_2}$ 。

13. $(-19.54, -13.02)$ 。

14. $(20.33, 20.75)$, $(0.60, 2.80)$ 。

15. 97。

16. 1496。

17. $(0.52, 4.45)$ 。

18. $(0.015, 0.065)$ 。

19. $(0.218, 0.382)$ 。

§ 3 假设检验

1. 否。

2. 不正常。

3. 较以往高。

4. 不可以。

5. 方差齐性。

6. 相同。

7. 有差异。

8. 有差异。

9. 有差异。

10. 有差异。

11. 有差异。

12. 瑕疵数服从泊松分布。

13. 符合。

14. 一样。

15. 有差异。